



1. Oletetaan, että reaaliluvuille x ja y pätee $(x + \sqrt{x^2 + 1})(y + \sqrt{y^2 + 1}) = 1$. Mitä arvoja $x + y$ voi saada?
2. Oletetaan, että yksittäinen lentokoneen moottori vikaantuu lennon aikana todennäköisyydellä p ja eri moottorien vikaantuminen on toisistaan riippumatonta. Tiedetään, että kaksimoottorinen lentokone pystyy lentämään yhdellä moottorilla ja nelimoottorinen lentokone silloin, kun koneen molemmilla puolilla on ainakin yksi toimiva moottori. Millä p :n arvoilla kaksimoottorinen kone on turvallisempi kuin nelimoottorinen kone?
3. Tarkastellaan tasasivuista kolmiota ABC . Piste P sijaitkoon lyhyemmällä kolmion ABC ympäri piirretyn ympyrän kaarella AC . Osoita, että $|PB| = |PA| + |PC|$.
4. Laura ja Risto pelaavat seuraavaa peliä: Pöydällä on $\ell \geq 2$ lautasta, jotka ovat alun perin tyhjiä. Jokaisen kierroksen aluksi Laura siirtää osan lautasista vasemmalle ja loput oikealle puolelleen. Risto valitsee jommankumman puolen lautaset ja lisää kullekin yhden rusinan; lisäksi hän tyhjentää toisen puolen lautaset. Laura voi päättää pelin tähän ja laskea hyväkseen yhden lautasen rusinat, tai muuten peli lähtee uudelle kierrokselle. Todista, että jos Risto pelaa parhaalla mahdollisella tavalla, niin Laura voi voittaa korkeintaan $\ell - 1$ rusinaa.

Työaika on **120 minuuttia**.

Tee kukin tehtävä omalle konseptiarkin sivulleen.

Merkitse koepaperiin selvästi tekstaten oma nimesi ja yhteystietosi (koulun nimi, kotiosoite ja sähköpostiosoite).