



1. Ratkaise Diofantoksen yhtälö

$$x^2 - y^2 = 2018$$

eli etsi kaikki kokonaislukuparit (x, y) , jotka toteuttavat yo. yhtälön.

2. Olkoon ABC teräväkulmainen kolmio ja d pisteen B etäisyys sivusta AC . Todista, että $|AB| = |AC|$, jos ja vain jos kaikille sivun BC pisteille D pätee, että $d = d_0 + d_1$, missä d_0 on pisteen D etäisyys sivusta AB ja d_1 sivusta AC .

3. Pyöreän pöydän ääressä istuu n ritaria. Jokaisella heistä on edessään lamppu ja katkaisinappi. Kun ritari painaa nappia, ei ainoastaan hänen edessään olevan lampun, vaan myös kahden viereisen lampun tila muuttuu, ts. sammuksissa oleva lamppu syttyy ja palava sammuu. Aluksi osa lampuista palaa ja osa on sammuksissa. Etsi kaikki sellaiset kokonaisluvut $n > 3$, että ritarit voivat jollakin katkaisinappien painalluskombinaatiolla saada kaikki lamput sammuksiin riippumatta alkutilasta.

4. Olkoon $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ jatkuva funktio, jolle $f(150) = 25$ ja

$$f(x) + f(2f(x)) = 100$$

kaikilla reaaliluvuilla x . Etsi kaikki luvun $f(100)$ mahdolliset arvot.

Työaika on **120 minuuttia**.

Laskimet ja taulukkokirjat eivät ole sallittuja.

Tee kukin tehtävä omalle konseptiarkin sivulleen.

Merkitse koepaperiin selvästi tekstaten oma nimesi ja yhteystietosi (koulun nimi, kotiosoite ja sähköpostiosoite).