



1. Ympyrän sisään piirretty tasasivuinen kolmio jaetaan kolmion sivun suuntaisella suoralla kahteen pinta-alaltaan yhtä suureen osaan. Näin muodostuneen pienen kolmion sisään piirretään ympyrä. Laske tämän ympyrän pinta-alan suhden alkuperäisen ympyrän pinta-alaan.
2. Etsi kaikki kokonaisluvut  $x$  ja  $y$ , jotka toteuttavat epäyhtälön

$$x^4 - 12x^2 + x^2y^2 + 30 \leq 0.$$

3. Pisteet  $D$  ja  $E$  jakavat tasakylkisen kolmion  $ABC$  kannan  $BC$  kolmeen yhtä suureen osaan ja  $D$  on  $B$ :n ja  $E$ :n välissä. Osoita, että  $\angle BAD < \angle DAE$ .
4. Osoita, että on olemassa neliöluku (siis luku, joka on positiivisen kokonaisluvun toinen potenssi), jonka numeroiden summa on 2011.
5. Kaksi pelaajaa, rakentaja ja hajottaja, pelaavat seuraavanlaista peliä. Rakentaja aloittaa, ja pelaajat valitsevat vuorotellen joukon  $\{0, 1, \dots, 10\}$  eri alkioita. Rakentaja voittaa, jos jotkin neljä hänen valitsemistaan kuudesta alkioista muodostavat aritmeettisen jonon. Hajottaja puolestaan voittaa, jos hän pystyy estämään rakentajaa muodostamasta tällaista aritmeettista nelikkoa. Kummalla pelaajista on voittostrategia?

---

Työaika on **3 tuntia**.

Tee kukin tehtävä omalle konseptiarkin sivulleen.

Merkitse koepaperiin selvästi tekstaten oma nimesi ja yhteystietosi (koulun nimi, kotiosoite ja sähköpostiosoite).