



1. Eevalla ja Martilla on kokonaislukumäärä euroja. Martti sanoi Eevalle: “Jos annat minulle kolme euroa, niin minulla on n -kertainen määrä rahaa sinuun verrattuna”. Eeva puolestaan sanoi Martille: “Jos sinä annat minulle n euroa, niin minulla on kolminkertainen määrä rahaa sinuun verrattuna”. Oletetaan, että molemmat väitteet pitävät paikkansa. Mitä arvoja positiivinen kokonaisluku n voi saada?
2. Kolmion ABC sivut ovat $a = |BC|$, $b = |CA|$ ja $c = |AB|$. Pisteet D , E ja F ovat sellaiset sivujen BC , CA ja AB pisteet, että AD , BE ja CF ovat kolmion ABC kulmien puolittajia. Määritä janojen AD , BE ja CF pituudet $a:n$, $b:n$ ja $c:n$ avulla.
3. Ympyrän jänneet AB ja CD leikkaavat ympyrän sisällä pisteessä M , joka on lisäksi jänneen PQ keskipiste. Pisteet X ja Y ovat janojen AD ja PQ sekä BC ja PQ leikkauspisteet, tässä järjestyksessä. Osoita, että M on janan XY keskipiste.
4. Määritellään kuvaus $f: \mathbb{Z}_+ \rightarrow \mathbb{Z}_+$ niin, että $f(1) = 1$ ja $f(n)$ on luvun n suurin alkutekijä, kun $n > 1$. Aino ja Väinö pelaavat peliä, jossa molemmilla on kasa kiviä. Jokaisella siirtovuorolla vuorossa oleva pelaaja, jolla on m kiveä kasassaan, saa poistaa toisen kasasta korkeintaan $f(m)$ kiveä mutta vähintään yhden kiven. (Oma kasa säilyy muuttumattomana.) Pelin voittaa se, joka ensiksi tyhjentää toisen kasan. Osoita, että on olemassa sellainen positiivinen kokonaisluku n , että Aino häviää parhaimmallakin pelitavalla, vaikka saa aloittaa ja molemmilla on aluksi yhtä monta kiveä eli n kiveä.
5. Ratkaise Diofantoksen yhtälö

$$x^{2018} - y^{2018} = (xy)^{2017},$$

kun x ja y ovat epänegatiivisia kokonaislukuja.

Työaika on **3 tuntia**.

Laskimet ja taulukkokirjat eivät ole sallittuja.

Tee kukin tehtävä omalle konseptiarkin sivulleen.

Merkitse koepaperiin selvästi tekstaten oma nimesi ja yhteystietosi (koulun nimi, kotiosoite ja sähköpostiosoite).