

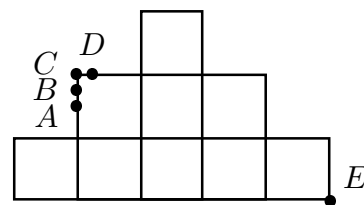
1.11.
2011

**Lukion matematiikkakilpailun
alkukilpailun perussarja**

1. Kun luku $5^{140} \cdot 8^{47}$ kirjoitetaan tavalliseen tapaan, niin luvussa on numeroita

- a) pariton määrä b) 47 c) 48 d) 141

2. Oheinen kuvio muodostuu yhdeksästä neliöstä, joista jokaisen sivu on 1. Lisäksi janat AB , BC ja CD ovat pituudeltaan $1/4$. Yksi suorista AE , BE , CE ja DE jakaa kuvion kahteen yhtä suureen osaan. Mikä niistä?



- a) AE b) BE c) CE d) DE

3. Mitkä seuraavista kuusikulmion lävistäjiä koskevista väitteistä ovat tosia?:

- a) Kuusikulmiolla on vähemmän kuin kymmenen lävistäjää.
 b) Kuperan kuusikulmion lävistäjillä voi olla yksi yhteinen piste.
 c) Kuusikulmiolla voi olla kaksi lävistäjää, jotka eivät leikkaa.
 d) Säännöllisellä kuusikulmiolla on kaksi lävistäjää, jotka ovat yhdensuuntaiset.

4. Kolmion sivujen pituudet ovat $2a$, $a^2 + 1$ ja $a^2 - 1$, missä $a > 1$. Kolmiolle on voimassa:

- a) suurin kulma voi olla tylppä b) suurin kulma on aina suora
 c) $a^2 + 1$ on aina sivuista pisin d) riippuu a :n arvosta, mikä sivuista on lyhin

5. Funktiosta $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^5 + bx^3 + cx + 2$, tiedetään, että $f(3) = 5$. Mitä funktion f arvoista voi päätellä?

- a) $f(0) = 2$ b) $f(-3) = -5$ c) $f(-3) = -1$ d) $f(3) + f(-3) = 8$

6. Kokonaisluvun viidennen potenssin kaikki numerot voivat olla eri numeroita, kuten luvuissa $2^5 = 32$ ja $3^5 = 243$, tai jotkin numerot voivat toistua, kuten luvussa $10^5 = 100000$. Sellaisia positiivisia kokonaislukuja, joiden viidennen potenssin kaikki numerot ovat eri numeroita, on

- a) vähintään 70 b) vähintään 90 c) enintään 100 d) yli 1000

7. Kaksi yhtä pitkää junaa kulkee vierekkäisiä raiteita nopeuksilla u ja v , missä $u > v > 0$. Jos junat kulkevat samaan suuntaan, on sivuuttamisaika kaksi kertaa niin suuri kuin junien kulkiessa vastakkaisiin suuntiin. (Sivuuttamisaika on se aika, jona junat ovat ainakin osittain vierekkäin.) Laske suhde u/v .

8. Todista, että kaikilla reaaliluvuilla x on $x^6 - x^3 + x^2 - x + 1 > 0$.