

Tehtäviä on kahdella sivulla; kuusi ensimmäistä tehtävää on monivalintatehtäviä, joissa on 0–4 oikeata vastausta. Laskimet eivät ole sallittuja.

1. Hiiri juoksee tasaisella nopeudella v liukuhihnan päällä hihnan päästä päähän ja takaisin. Liukuhihnan rullausnopeus u on pienempi kuin hiiren nopeus v . Hiiren todellinen matka-aika verrattuna siihen, että hihna ei liikkuisi

- a) on lyhyempi
- b) on pitempi
- c) on samansuuruinen
- d) ei ole selvitetävissä annettujen tietojen perusteella.

2. Mikä on avoimen välin $]1, 2[$ pienin reaaliluku?

- a) 1.
- b) Sellaista ei ole olemassa.
- c) $1 + 10^{-99}$.
- d) Mikään vaihtoehdoista a, b tai c ei ole oikein.

3. Neliö, jonka sivu on a , jaetaan lävistäjän suuntaisella suoralla kahteen osaan. Osien pinta-alojen suhde on $1 : 4$. Neliön sisään jäävän suoran osan pituus on

- a) $\frac{a}{2}$
- b) $\frac{a}{\sqrt{2}}$
- c) $\frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{5}}$
- d) $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

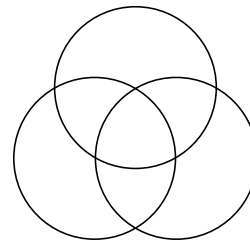
4. Määritellään jono x_0, x_1, x_2, \dots asettamalla $x_0 = 2015$ ja $x_n = (x_{n-1})^2 + 1$, kun n on positiivinen kokonaisluku. Mitä voidaan sanoa kokonaisluvun x_{2015} viimeisestä numerosta?

- a) Se on 2.
- b) Se on 7.
- c) Se on parillinen.
- d) Se on viidellä jaollinen.

5. Lauseke $(a + b - c)(a - b + c)(-a + b + c)$ on kaikilla reaalilukujen a , b ja c arvoilla sama kuin

- a) $(a^2 - (b - c)^2)(-a + b + c)$
- b) $(a + b - c)((a - b)^2 - c^2)$
- c) $-a^3 - b^3 - c^3 + a^2b + a^2c + b^2a + b^2c + c^2a + c^2b - 2abc$
- d) $4(ab^2 + ac^2 + ba^2 + bc^2 + ca^2 + cb^2 + abc) - (a + b + c)^3$.

6. Kolme r -säteistä ympyrää sijaitsevat niin, että jokaisen kahden keskipisteet ovat kolmannella ympyrällä. Mitä voidaan sanoa näin syntyneen kuvion piirin (ulkoreunan) pituudesta p ja kuvion pinta-alasta A ?



- a) $A < p^2$.
- b) $p = 3\pi r$.
- c) $A > 6r^2$.
- d) $A = (2\pi + \sqrt{3})r^2$.

7. Määritä ne positiivisten kokonaislukujen parit, joiden summa on 162 ja suurin yhteinen tekijä 18.

8. Todista, että $a^{n+4} - a^n$ on jaollinen kymmenellä, kun n ja a ovat positiivisia kokonaislukuja.