

31. 10.
2016

Lukion matematiikkakilpailun alkukilpailun perussarja

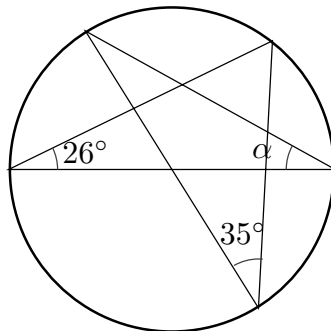
Tehtäviä on kahdella sivulla; kuusi ensimmäistä tehtävää on monivalintatehtäviä, joissa on 0–4 oikeata vastausta. Laskimet eivät ole sallittuja.

1. Kauppias on ostanut erän paahattamatonta kahvia, jonka hän paahtaa ja myy sitten paahdettuna hintaan a euroa kilogrammalta. Kahvi menettää paahdettaessa painostaan 20 % ja kauppias ottaa voittoa 20 %? Tällöin kauppiaan ostohinta (€/kg) oli prosenttiyksikön tarkkuudella

- a) 20 % b) 25 % c) 33 % d) 40 %

pienempi kuin myyntihinta.

2. Kuvaan on piirretty ympyrän sisälle muutamia kehäkulmia.



Päättele kulman α suuruus.

- a) 23° b) 29° c) 34° d) 35°

3. Tarkastellaan lausekkeita $A = (a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$ ja $B = (ac + bd)^2$. Tällöin

- a) $A > B$ kaikilla reaalilukujen a, b, c ja d arvoilla.
 b) $A \geq B$ kaikilla reaalilukujen a, b, c ja d arvoilla.
 c) $A > B$, kun $a = 12$, $b = 5$, $c = 8$ ja $d = 3$.
 d) on olemassa nollasta eroavia reaalilukuja a, b, c ja d , joilla $A = B$.

4. Ympyränsektorin piiri on 40 cm ja oletetaan, että sen ala on tällaisista sektoreista suurin mahdollinen. Tällöin:

- a) Sektorin kaaren ja ympyrän säteen pituus on sama.
- b) Sektorin kaari on kaksi kertaa niin pitkä kuin ympyrän säde.
- c) Ympyrän säde on 10 cm.
- d) Sektorin keskuskulma on 90° .

5. Olkoon

$$P = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{2015}\right) \left(1 + \frac{1}{2016}\right).$$

Silloin

- a) P on kokonaisluku
- b) $P > 1000$
- c) $P < 2016$
- d) $P = 3110$

6. Kirjoitetaan polynomi $P(x) = (2x + 1)^5$ laennetussa muodossa $P(x) = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$. Mitkä polynomin $P(x)$ kertoimia koskevista väitteistä ovat tosia?

- a) Kertoimien summa $a_5 + a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0$ on kolmella jaollinen.
- b) Ainakin yksi kertoimista (a_0, a_1, \dots tai a_5) on kolmella jaollinen.
- c) Kertoimien summa on viidellä jaollinen.
- d) Ainakin yksi kertoimista on viidellä jaollinen.

7. Kolmio ABC on tasakylkinen ja $\sphericalangle BAC > 30^\circ$. Piste D sijaitsee kannalla BC ja piste E kyljellä AC . Oletetaan, että $\sphericalangle BAD = 30^\circ$ ja $|AD| = |AE|$. Määritä kulma EDC .

8. Ratkaise yhtälö

$$\sqrt{2 + 4x - 2x^2} + \sqrt{6 + 6x - 3x^2} = x^2 - 2x + 6.$$