



5. Monikulmion *lävistäjällä* tarkoitetaan kahden kärjen välistä yhdysjanaa, joka ei ole sivu. Monikulmion kulmien ei sallita olevan oikokulmia. *Kuperalla monikulmiolla* tarkoitetaan monikulmiota, joka sisältää lävistäjänsä. Mitkä monikulmioita koskevat väittämät ovat tosia?

- a) On olemassa viisikulmio, jolla on kaksi yhdensuuntaista lävistäjää.
- b) Säännöllisen monikulmion lävistäjät leikkaavat aina toisiaan.
- c) Jos kuperan  $n$ -kulmion kaksi lävistäjää on yhdensuuntaiset, niin  $n \geq 6$ .
- d) Monikulmiolla voi olla kaksi lävistäjää, jotka ovat saman suoran erillisiä osia.

6. Mitä voidaan sanoa kokonaisluvusta  $7^{7^7}$ , kun se kirjoitetaan tavanomaisella tavalla kymmenjärjestelmässä?

- a) Siinä on vähemmän kuin miljoona numeroa.
- b) Se päättyy numeroon 3.
- c) Sen numeroiden summa ei ole kolmella jaollinen.
- d) Se ei ole alkuluku.

7. Aritmeettiselle jonolle  $a_1, a_2, \dots$  pätee  $\frac{d}{a_1} = \frac{a_1 + d}{d}$  ja  $a_{2019} = 2020 + 2018\sqrt{5}$ , missä  $d = a_2 - a_1$ . Määritä  $a_1$  ja  $d$ , kun oletetaan, että  $a_1$  ja  $d$  ovat samanmerkkisiä.

8. Maija pelaa seuraavaa yksinpeliä äärettömällä ruutulaudalla: Olkoon  $k$  positiivinen kokonaisluku. Maijalla on pelinappula, joka on aluksi origossa eli ruudussa  $(0, 0)$ . Nappulaa saa yhdellä siirrolla siirtää  $k - 1$  ruutua vaakatasossa,  $k$  ruutua pystysuuntaan tai  $k + 1$  ruutua vinottain. Nappulan saa siis siirtää siirrolla ruudusta  $(x, y)$  johonkin seuraavista ruuduista:

- ruutuun  $(x - (k - 1), y)$  tai ruutuun  $(x + (k - 1), y)$ ,
- ruutuun  $(x, y - k)$  tai ruutuun  $(x, y + k)$ ,
- tahi ruutuun  $(x - (k + 1), y - (k + 1))$ , ruutuun  $(x - (k + 1), y + (k + 1))$ , ruutuun  $(x + (k + 1), y - (k + 1))$  tai ruutuun  $(x + (k + 1), y + (k + 1))$ .

Maija arpoo kokonaislukupisteen eli tavoiteruudun  $(a, b)$ . Maija voittaa, mikäli hän löytää sarjan siirtoja, joilla hän pääsee ruudusta  $(0, 0)$  ruutuun  $(a, b)$ . Voittaako Maija aina riippumatta kokonaisluvuista  $a$  ja  $b$ , jos hän pelaa oikealla tavalla, kun a)  $k = 6$ , b)  $k = 2019$ ?