



1. Mitkä seuraavista väitteistä pätevät kaikilla terävillä kulmilla α ?

a) $\sin^2 \alpha + \tan^2 \alpha = 1$

b) $\sin \alpha \leq \alpha$

c) $\tan^2 \alpha + \cos^2 \alpha \geq 1$

d) $\tan \alpha \cos \alpha = \sin \alpha$

2. Suurin kokonaisluku, jolla eräät kaksi positiivista kokonaislukua ovat molemmat jaollisia on 4, ja 24 on pienin positiivinen kokonaisluku, joka on jaollinen molemmilla luvuilla. Lukujen summa voi olla

a) 20

b) 24

c) 28

d) 36

3. Useista pikkukuutioista, joiden särmien pituudet ovat 1, 2 ja 3, kasataan suuri kuutio, jonka särmän pituus on 5 (ja joka ei ole sisältä ontto). Tällöin:

a) Kaikkia pikkukuutiotyyppejä ei välttämättä tarvita kasaamisessa.

b) Pikkukuutioita tarvitaan vähintään 50 suuren kuution rakentamiseen.

c) Suuren kuution pinnasta ei voi välttämättä päätellä, onko kasaamisessa käytetty pikkukuutioita vähemmän vai enemmän kuin 100.

d) Käytettyjen pikkukuutioiden yhteispinta-ala on pariton kokonaisluku.

4. Olkoon f toisen asteen polynomi, jolla on kokonaislukukertoimet. Lisäksi $f(k)$ on viidellä jaollinen, kun k on kokonaisluku. Osoita, että kaikki polynomin f kertoimet ovat viidellä jaollisia.

5. Ympyrän halkaisijan AB jatkeelta pisteestä C (ympyrän ulkopuolelta) piirretään ympyrälle tangentti, joka sivuaa ympyrää pisteessä N . Kulman $\sphericalangle ACN$ puolittaja leikkaa janan AN pisteessä P ja janan NB pisteessä Q . Osoita, että $|PN| = |NQ|$.

6. Mikä on suurin n , jolla seuraava on mahdollista: $n \times n$ -ruudukon jokainen ruutu voidaan värittää punaiseksi tai siniseksi niin, että jos valitaan mitkä tahansa kaksi ruuturiviä ja mitkä tahansa kaksi ruutusaraketta, niin näiden risteyskohdissa ovat neljä ruutua eivät ole kaikki samanvärisiä?